# CH 7 DIVISIBILITE DANS $\mathbb{Z}$

**EX 1 :** 13 est un nombre premier $D_{-13} = \{\pm1 ; \pm13\}$

$57=3\times19$ $D_{57}= \{\pm1 ; \pm3 ; \pm19 ; \pm57\}$

$205=5\times41$ $D_{205}= \{\pm1 ; \pm5 ; \pm41 ; \pm205\}$

**EX 2 :** Le nombre -35763 est un multiple de 3 et de 7 et n'est pas multiple de 11

**EX 3 :** 1. $15=3\times5$ $D_{15}=\{\pm1 ;\pm3 ;\pm5 ;\pm15\}$

2. $a^2-b^2 = 15 \Leftrightarrow (a-b)\times(a+b)=15$

$$\begin{cases}a-b=1\\a+b=15\end{cases} ou \begin{cases}a-b=15\\a+b=1\end{cases} ou \begin{cases}a-b=3\\a+b=5\end{cases} ou \begin{cases}a-b=5\\a+b=3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow ou \begin{cases}a-b=-1\\a+b=-15\end{cases} ou \begin{cases}a-b=-15\\a+b=-1\end{cases} ou \begin{cases}a-b=-3\\a+b=-5\end{cases} ou \begin{cases}a-b=-5\\a+b=-3\end{cases}$$

Tous les couples (a,b) / $a^2-b^2 = 15$ sont : (8,7) ;(8,-7) ;(4,1) ;(4,-1) ;
(-8,-7) ;(-8,7) ;(-4,-1) ;(-4,1)

**EX 4 :** tout entier non nul n divise n ; donc si n divise n+5 alors n divise (n+5)-n=5

Donc $n=\pm1$ ou $n=\pm5$

**EX5 :** n-2 divise n-2 ;donc si n-2 divise n-9 Alors n-2 divise (n-9)-(n-2)=-7 donc

$n-2=\pm1$ ou $n-2=\pm7$ Donc $n\in\{1,3,-5,9\}$

**EX6 :** On a $3^2=9\equiv2(7)\Rightarrow(3^2)^n\equiv2^n\ (7)\Rightarrow(3^2)^n-2^n\equiv0(7)$ donc $(3^2)^n-2^n$ est un multiple de 7

**EX7 :** 1. $3171=19\times166+17$(calculatrice : taper 3171 ab/c 19)

2. $3171= (-19)\times(-166)+17\Rightarrow$le reste de la division euclidienne de 3171 par -19 est 17

**EX8 :** $307=7\times43+6 \Rightarrow -307=(-7)\times43-6\Rightarrow -307=(-7)\times44+1\Rightarrow$ le reste de la division euclidienne de (-307) par (-7) est 1.

**EX9 :**

$1345791113 = 246812 \times 5452 + 172089 \Rightarrow q=5452$ et $r=172089$

$-1345791113 = 246812 \times (-5451) + 74723 \Rightarrow q=-5451$ et $r=74723$

$1345791113 = -246812 \times(- 5452) + 172089 \Rightarrow q=-5452$ et $r=172089$

$-1345791113 = -246812 \times( 5453) + 74723 \Rightarrow q=5453$ et $r=74723$

**EX 10 :**

1. $P(n)=0\Leftrightarrow n^4-32n^3+186n^2-280n=-125\Leftrightarrow n(-n^3+32n^2-186n+280)=125\Rightarrow n|125$
2. D'après 1. les racines entiers naturels possibles de P sont : 1 ;5 :25 et 125
   Une simple vérification permet de conclure que 1 ;5 et 25 sont des racines de P
   Donc $P(x)=(x-1)(x-5)(x-25)(x-a)$
   Donc $P(x)=(x-1)(x-5)(x-25)(x-1)$ Donc $S_{IR}=\{1,5,25\}$